

SIMULASI ANTRIAN DENGAN MODEL $M^{[X]}/E_m/C$

Roni Jhonson Simamora

Program Studi D3 Manajemen Informatika
Universitas Methodist Indonesia

roni_mora@yahoo.com

Abstract

Queue associated with all aspects of a situation where customers have to wait for a given service, such as the queue with the arrival of customers in groups providing mass broadly in the real world, for example, the elevator in the buildings, visitors to the amusement park, air cargo shipments, and bus transporting. As a result of inaccuracy determine the number of servers in a queue can result in the number of customers who are not served. Queues models discussed in this study is the queue with the arrival of customers in groups.

follows a Poisson process. The number of subscribers in each group is a random variable (X) and the time between the arrival of a customer using exponential distribution. The service time using Erlang distribution with parameter m (E_m), the processing served by many server (C). This study uses simulation to analyze the average customer wait time in the queue, the average waiting time of customers in the system, the average number of customers in the queue, the average number of customers in the system and the probability of a busy server. The purpose of this research is to create a queue simulation model $M [X] / E_m / C$ so it can find the queue characteristics derived from the settlement with the simulation.

Keywords: *Queue Simulation, Multiple Servers, Batch Arrival, Distribution Erlang*

1. Pendahuluan

Menunggu dalam suatu antrian adalah hal yang paling sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Antrian berhubungan dengan semua aspek dari situasi dimana pelanggan harus menanti untuk diberikan layanan, seperti antrian dengan kedatangan pelanggan secara berkelompok yang dilayani oleh banyak *server* menyediakan layanan massal yang luas dalam dunia nyata, misalnya *lift* di gedung-gedung, pengunjung di taman hiburan, pesawat pengiriman kargo, dan bus pengangkutan. Akibat dari ketidak tepatan menentukan jumlah *server* pada suatu antrian dapat mengakibatkan banyaknya pelanggan yang tidak terlayani. Antrian merupakan sebuah aktifitas dimana pelanggan menunggu untuk memperoleh layanan. Situasi menunggu juga merupakan bagian dari keadaan yang terjadi dalam rangkaian kegiatan operasional yang bersifat acak dalam suatu fasilitas pelayanan. Kedatangan pelanggan pada fasilitas pelayanan dengan waktu yang acak, tidak dapat segera dilayani sehingga pelanggan harus menunggu cukup lama.

Penyelesaian masalah pada suatu sistem antrian dapat diperoleh dengan simulasi untuk menganalisa sistem antrian tersebut, sehingga dapat diketahui bagaimana karakteristik antrian jika sekelompok pelanggan yang datang bersamaan pada satu waktu mengikuti proses Poisson, waktu antar kedatangan pelanggan distribusi Eksponensial, waktu pelayanan distribusi Erlang, serta pemrosesannya dilayani oleh banyak *server* dengan disiplin antrian FIFO (*First In First Out*). Pembahasan dalam tulisan ini mencakup bagaimana karakteristik antrian apabila terjadi kedatangan pelanggan secara berkelompok (*Batch Arrival*)

mengikuti proses Poisson, waktu antar kedatangan pelanggan distribusi Eksponensial, waktu pelayanan distribusi Erlang, dan pemrosesannya dilayani oleh banyak *server* (*Multiple Server*) dengan disiplin antrian FIFO (*First In First Out*).

Karakteristik antrian yaitu rata-rata waktu pelanggan di dalam antrian, rata-rata waktu pelayanan di dalam sistem, rata-rata jumlah pelanggan di dalam antrian, rata-rata jumlah pelanggan di dalam sistem dan probabilitas *server* sibuk (*utility server*). Tujuan dari tulisan ini adalah membuat simulasi antrian dengan model $M^{[X]}/E_m/C$ sehingga dapat mengetahui karakteristik antrian yang diperoleh dari penyelesaian dengan simulasi.

2. Antrian

Sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan dan suatu aturan yang mengatur kedatangan para pelanggan dan pemrosesan masalahnya. Unit yang memerlukan pelayanan disebut pelanggan (*customer*) dan yang melayani disebut pelayan (*server*).

Tipe kedatangan para pelanggan biasanya diperhitungkan melalui waktu antar kedatangan, yaitu waktu antar kedatangan dua pelanggan yang berurutan pada suatu fasilitas pelayanan. Bila tipe kedatangan pelanggan tiba satu per satu, maka kedatangan pelanggan mengikuti suatu proses dengan distribusi probabilitas tertentu. Distribusi probabilitas yang sering digunakan adalah distribusi Poisson, dimana kedatangan bersifat bebas, tidak berpengaruh oleh kedatangan sebelum atau sesudahnya. Asumsi distribusi Poisson menunjukkan bahwa kedatangan pelanggan sifatnya acak. Tipe kedatangan pelanggan dapat berupa *one-at-a-time* yaitu seorang pelanggan

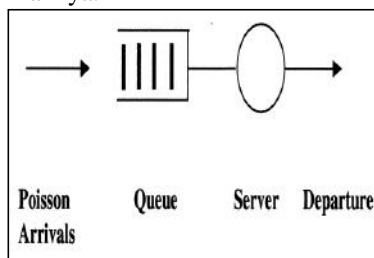
datang pada satu waktu, dan sekelompok pelanggan yang datang bersamaan pada satu waktu (*batch arrival*).

Pola pelayanan ditentukan oleh waktu pelayanan, yaitu waktu yang dibutuhkan server untuk melayani pelanggan. waktu pelayanan dapat berupa konstan atau variabel acak yang distribusi probabilitasnya dianggap telah diketahui. Jika waktu pelayanan terdistribusi secara acak, harus dicari distribusi probabilitas yang paling baik dalam mendeskripsikan tingkah laku layanan.

Banyaknya server (*number of server channel*) merupakan banyaknya server yang dipasang secara paralel yang dapat melayani para pelanggan secara serentak. Pada umumnya banyaknya server yang dapat melayani para pelanggan dalam suatu sistem antrian sebagai berikut :

1. *Single server*

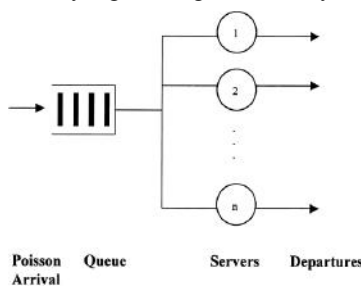
Hanya ada satu *server* yang melayani pelanggan yang datang ke dalam suatu sistem antrian. Apabila *server* sedang sibuk, maka pelanggan yang datang harus menunggu dengan membentuk satu garis tunggu sampai tiba gilirannya.



Gambar 1 Antrian Single Server

2. *Multiple server*

Lebih dari satu *server* yang melayani pelanggan yang datang ke dalam suatu sistem antrian. Apabila *server* sedang sibuk, maka pelanggan yang datang menunggu dalam satu garis antrian untuk kemudian bergerak menuju *server* yang kosong untuk dilayani.



Gambar 2 Antrian Multiple Server

Disiplin antrian

Disiplin antrian adalah aturan bagaimana urutan pelayanan yang diberikan terhadap pelanggan berikutnya yang ada dalam antrian ketika *server* menganggur. Aturan pelayanan menurut urutan kedatangan pelanggan dapat berupa :

- a. FIFO (*First In First Out*) atau FCFS (*First Come First Served*)
Pelanggan yang datang pertama akan dilayani terlebih dahulu.
- b. LIFO (*Last In First Out*) atau LCFC (*Last Come First Served*)
Pelanggan yang datang paling akhir akan dilayani terlebih dahulu.
- c. SIRO (*Service In Random Order*)
Pelayanan yang diberikan terhadap pelanggan secara acak.

Kapasitas Antrian

Kapasitas sistem antrian adalah jumlah maksimum pelanggan, mencakup yang sedang dilayani dan yang berada dalam antrian, yang dapat ditampung oleh fasilitas pelayanan pada saat yang sama. Sebuah sistem antrian yang tidak membatasi jumlah pelanggan di dalam fasilitas pelayanannya dikatakan memiliki kapasitas tak terhingga, sedangkan suatu sistem yang membatasi jumlah pelanggan yang ada didalam fasilitas pelayanannya dikatakan memiliki kapasitas yang terbatas.

Sumber Pemanggilan

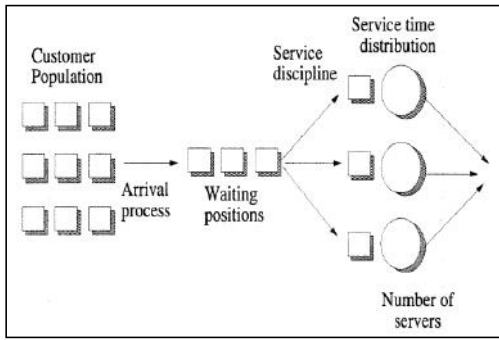
Sumber pemanggilan dapat menghasilkan sejumlah terbatas pelanggan atau sejumlah tak terbatas pelanggan. Dalam fasilitas pelayanan, yang berperan sebagai sumber pemanggilan dapat berupa mesin maupun manusia. Bila ada sejumlah mesin yang rusak maka sumber pemanggilan akan berkurang dan tidak dapat melayani pelanggan.

Perilaku Manusia

Model-model antrian yang mewakili situasi dimana manusia mengambil peran sebagai pelanggan dan/atau pelayan harus dirancang untuk memperhitungkan pengaruh perilaku manusia. Pelayan dapat mempercepat laju pelayanan ketika jalur antrian memanjang. Pelanggan dapat berpindah dari satu jalur antrian ke jalur antrian lainnya dengan harapan dapat mengurangi waktu menunggu. Beberapa pelanggan juga menolak untuk bergabung dengan satu jalur antrian, karena memperkirakan waktu menunggu yang lama, atau dapat membatalkan setelah berada dalam antrian karena waktu menunggu.

2.1 Model Antrian

Proses dasar model antrian adalah pelanggan datang pada suatu fasilitas pelayanan untuk dilayani. Apabila *server* sedang sibuk, maka pelanggan yang datang menunggu dalam satu garis antrian untuk kemudian bergerak menuju *server* yang kosong untuk dilayani dengan menggunakan aturan tertentu yang disebut disiplin antrian. Kebanyakan sistem antrian menggunakan disiplin antrian dengan aturan *First In First Out* (FIFO).



Gambar 3 Model Umum Antrian

Untuk sistem pelayanan diklasifikasikan berdasarkan jumlah *server* dan jumlah *phase*. Berdasarkan konfigurasi jumlah server dan jumlah phasanya, antrian dikelompokkan menjadi 4 bentuk dasar, yaitu *single channel single phase*, *single channel multiphase*, *multichannel single phase* dan *multichannel multiphase*. Dari keempat konfigurasi dasar ini berkembang menjadi berbagai macam bentuk yang lebih kompleks (Gross dan Harris, 1998).

Untuk mendefinisikan model antrian dan merincikan ciri dari suatu sistem antrian digunakan notasi kendall $v/w/x/y/z$, yang artinya adalah :

- v. menunjukkan pola kedatangan
- w. menunjukkan pola pelayanan
- x. menyatakan jumlah pelayanan yang ada
- y. menyatakan kapasitas sistem
- z. menandakan disiplin antrian

Jika y dan z tidak ditentukan maka y tak terhingga (∞) dan z adalah FIFO. Untuk distribusi kedatangan pelanggan dan distribusi pelayanan pelanggan yang sering digunakan di dalam suatu sistem antrian, yaitu :

- M : Distribusi eksponensial
- E_k : Distribusi Erlang
- G : Distribusi umum
- D : Deterministik

Distribusi Kedatangan dan Pelayanan

Untuk proses kedatangan dan pelayanan yang acak, maka diperlukan suatu distribusi probabilitas. Distribusi probabilitas kedatangan pelanggan mengikuti distribusi Poisson.

a. Distribusi Kedatangan

Suatu proses kedatangan dalam suatu sistem antrian artinya menentukan distribusi probabilitas untuk jumlah kedatangan untuk suatu periode waktu. Kebanyakan sistem antrian, suatu proses kedatangan terjadi secara acak dan independent terhadap proses kedatangan lainnya, serta tidak dapat diprediksi kapan suatu kedatangan akan terjadi. Distribusi Poisson menyediakan deskripsi yang cukup baik untuk kedatangan pelanggan dan waktu antar kedatangan pelanggan menggunakan distribusi Eksponensial.

b. Distribusi Waktu Pelayanan

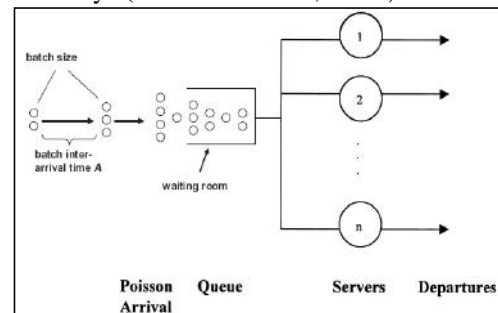
Waktu pelayanan adalah waktu yang dihabiskan seorang pelanggan pada fasilitas pelayanan. Waktu pelayanan antar seorang

pelanggan dengan pelanggan lainnya bisa menggunakan distribusi Erlang.

Distribusi Erlang merupakan distribusi yang sangat penting dalam teori antrian. Jika terdapat m variabel random (U_1, U_2, \dots, U_m) yang berdistribusi identik eksponensial dengan mean = $1/\mu$, maka jumlah $U = U_1 + U_2 + \dots + U_m$ akan berdistribusi Erlang dengan parameter m dan μ . (Law dan Kelton, 1991).

Tipe kedatangan berkelompok

Tipe kedatangan pada suatu sistem antrian dapat berupa *batch arrival* yaitu kedatangan sekelompok pelanggan pada satu waktu secara bersamaan. Untuk antrian yang memiliki tipe kedatangan berkelompok, kedatangan yang terjadi mengikuti proses Poisson, tetapi setiap kedatangan tidak hanya terdiri dari satu pelanggan tetapi sejumlah pelanggan yang datang bersamaan dalam jumlah yang acak. Setiap kelompok akan memiliki probabilitas yang berbeda-beda sesuai dengan distribusinya (Gross dan Harris, 1998).



Gambar 4 Antrian Dengan Pola Kedatangan Berkelompok

Model antrian yang digunakan adalah model antrian dimana kedatangan pelanggan dalam suatu sistem antrian terjadi secara berkelompok (dengan jumlah pelanggan dalam tiap kelompok merupakan suatu variabel acak, X) dan mengikuti proses Poisson. Waktu pelayanan dilakukan dengan distribusi erlang, maka model menjadi $M^{(X)}/E_k/C$, dan pemrosesannya dilayani banyak server (dinotasikan dengan C).

2.2 Simulasi

Simulasi adalah metode untuk mempelajari sistem yang sebenarnya dengan melakukan eksperimen terhadap sebuah model yang merepresentasikan sistem. Simulasi merupakan salah satu pendekatan yang paling banyak digunakan dalam penyelesaian masalah antrian. Model simulasi terdiri dari asumsi matematika dan hubungan logika yang menjelaskan bagaimana menghitung nilai-nilai output yang diberikan oleh nilai-nilai input. Setiap model simulasi memiliki dua input yaitu input terkontrol (*controllable input*) dan input probabilistik (*probabilistic input*).

Input pada simulasi antrian menggunakan *controllable input* dan *probabilistic input* serta output dari simulasi berupa nilai karakteristik antrian.

Simulasi dijalankan dengan melakukan serangkaian pengujian yang menggunakan *controllable input* dan *probabilistic input*, sehingga hasil simulasi dapat mengetahui bagaimana *input* mempengaruhi atau mengubah output simulasi. Setelah mereview hasil simulasi, maka dapat mengetahui karakteristik antrian.

Simulasi Antrian

Simulasi antrian merepresentasikan keadaan sistem, termasuk jumlah pelanggan dalam antrian dan apakah fasilitas pelayanan sedang sibuk atau menganggur, akan berubah atau berkembang dari waktu ke waktu.

Pada simulasi antrian *multiple server*, waktu antar kedatangan adalah independent yang artinya suatu kedatangan tidak mempengaruhi kedatangan lainnya. Pelanggan yang datang dapat segera dilayani jika *server* dalam keadaan menganggur. Apabila *server* sedang sibuk, maka pelanggan yang datang menunggu dalam satu garis antrian untuk kemudian bergerak menuju *server* yang kosong untuk dilayani dengan aturan *first-in-first-out* (FIFO). Waktu layanan untuk pelanggan merupakan variabel acak yang terdistribusi secara identik yang independent terhadap waktu antar kedatangan.

Sebelum simulasi dijalankan maka tidak ada pelanggan di dalam sistem dan *server* dalam keadaan menganggur. Simulasi dimulai dan berakhir selama waktu durasi simulasi. Untuk melihat performansi sistem, maka dihitung rata-rata waktu tunggu pelanggan dalam antrian, rata-rata waktu tunggu pelanggan dalam sistem, rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian, rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem dan menghitung *utilitas server* selama simulasi berlangsung.

Bilangan Acak

Untuk menentukan *input probabilistic*, dibangkitkan bilangan acak yang sesuai dengan distribusi kejadian yang akan disimulasikan, yaitu:

- a. Bilangan acak distribusi Eksponensial digunakan untuk waktu antar kedatangan pelanggan.

Cara membangkitkan suatu bilangan acak yang berdistribusi Eksponensial dapat diperoleh dengan metode *inverse transformation* (Ross, 2007), sebagai berikut:

- 1. Bangkitkan r dari $U(0,1)$

- 2. Hitung $X = -\frac{1}{\lambda} \text{LN}(r)$

- b. Bilangan acak distribusi Erlang digunakan untuk waktu pelayanan pelanggan.

Cara membangkitkan suatu bilangan acak yang berdistribusi Erlang dapat diperoleh dengan metode *inverse transformation* (Law dan Kelton, 1991), sebagai berikut:

- 1. Bangkitkan m random variabel $U_1, U_2, U_3 \dots, U_m$ dari $U(0,1)$

- 2. Hitung $X = -\frac{1}{\lambda.m} \text{LN} \prod_{i=1}^m U_i$

3. Metodologi Penelitian

Model antrian yang dibahas dalam penelitian ini adalah model antrian $M^{(X)}/E_m/C$, yang artinya sistem antrian dengan pola kedatangan berkelompok mengikuti proses poisson (dengan jumlah pelanggan dalam tiap kelompok merupakan suatu variabel acak), waktu antar kedatangan pelanggan distribusi eksponensial, waktu pelayanan dilakukan dengan distribusi erlang dan pemrosesannya dilayani oleh banyak server dengan disiplin antrian FIFO. Untuk menyederhanakan model antrian tersebut, maka diperlukan asumsi-asumsi sebagai berikut :

K : Maximum *batch size*

λ : Laju kedatangan

μ : Laju pelayanan

C : *Server*

$E[X]$: *Mean batch size*

m : Parameter Erlang

ρ : Probabilitas *server* sibuk

L_s : Rata-rata pelanggan di sistem

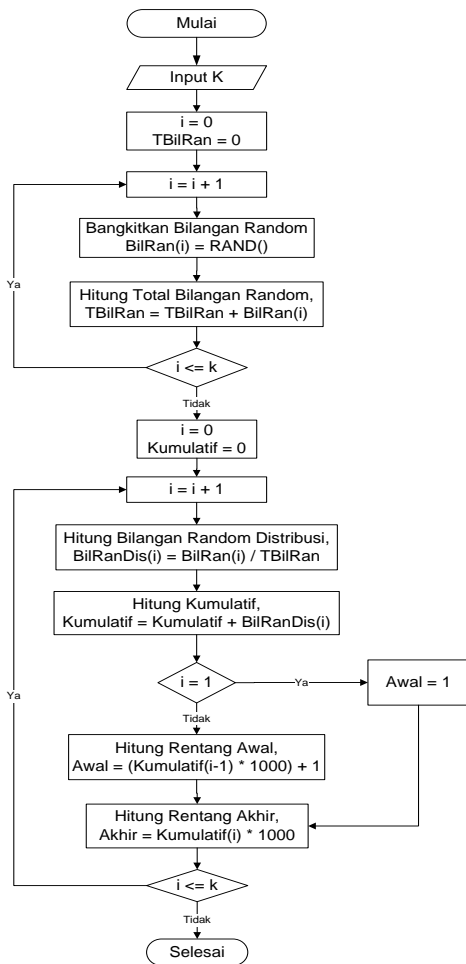
L_q : Rata-rata pelanggan di antrian

W_s : Rata-rata waktu tunggu di sistem

W_q : Rata-rata waktu tunggu di antrian

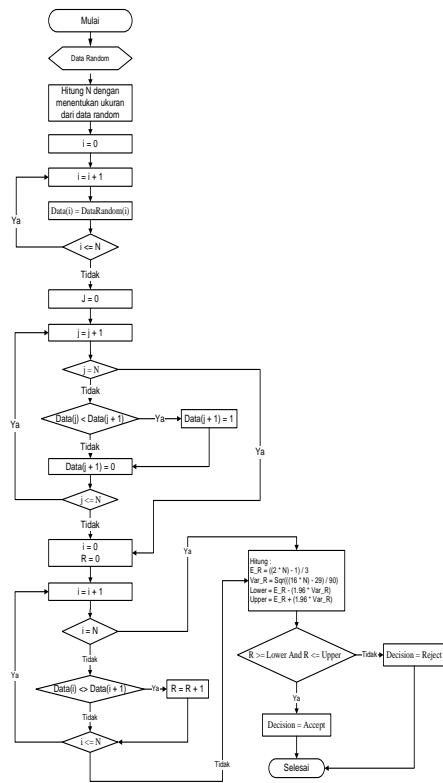
Penyelesaian dengan simulasi digunakan untuk menjabarkan atau memprediksi bagaimana sebuah sistem akan mengoperasikan suatu pilihan yang ditentukan untuk *controllable input* dan nilai yang akan dihasilkan secara random untuk *probabilistic input*. Tahapan-tahapan proses simulasi secara umum diuraikan sebagai berikut:

- 1. Masukan parameter *controllable input maximum batch size* (K) dan diproses untuk membangkitkan bilangan acak jumlah pelanggan dalam kelompok sebanyak K . *Maximum batch size* (K) dan probabilitas kelompok (*Batch Probability*) diperoleh dari proses membangkitkan bilangan acak (*Random*) dari $U(0,1)$, serta untuk menghitung peluang kemunculan setiap kelompoknya berdasarkan pada probabilitas masing- masing kelompoknya.



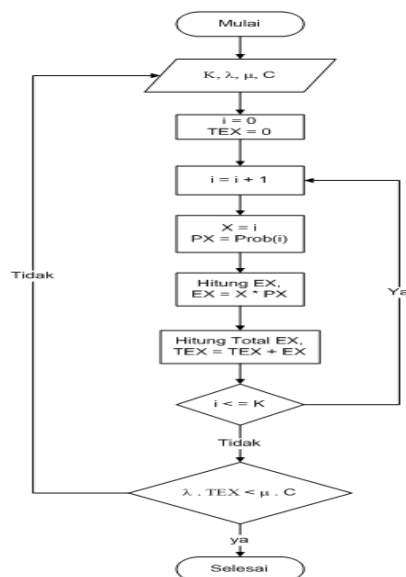
Gambar 5. Flowchart *Batch Size*

2. Proses tersebut akan diuji kerandomannya (*Runs Test of Randomness*). Uji kerandoman pada prinsipnya ingin menguji apakah sebuah sample mewakili sebuah populasi telah diambil secara acak (*random*) dengan kondisi yang harus dipenuhi $r_{lower} \leq r \leq r_{upper}$ dengan $\alpha = 0.05$ (5% level of significance)



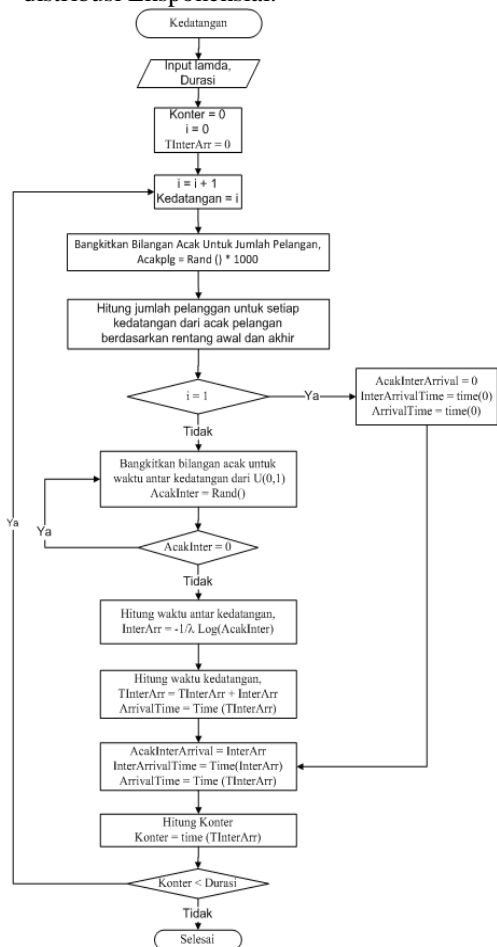
Gambar 6. Flowchart Uji Random

3. Jika kondisi tersebut sudah dipenuhi maka masukan parameter *controllable input* selanjutnya yang perlu diinput adalah laju kedatangan (λ), laju pelayanan (μ), jumlah server (C) dan durasi simulasi (jam).
4. Sebelum simulasi dijalankan maka terlebih dahulu dilakukan proses uji *input parameter* dengan kondisi yang harus dipenuhi adalah $\lambda.E[X] < \mu.C$. Untuk menghitung $E[X]$ (*mean batch size*) digunakan nilai harapan (*expected value*) dengan rumus $E[X] = \sum_{i=1} x_i \cdot p(x_i)$



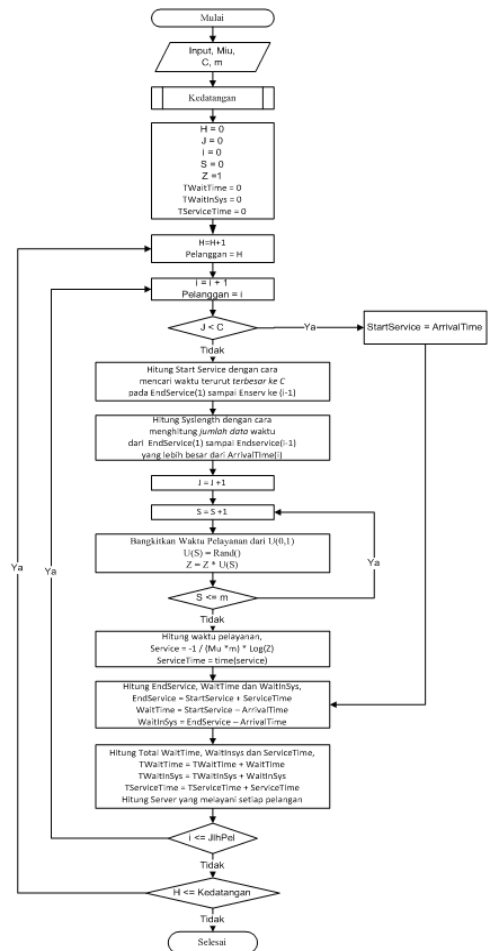
Gambar 7. Flowchart Uji Parameter

5. Jika *input parameter* sudah memenuhi kondisi tersebut, maka simulasi kedatangan pelanggan dijalankan untuk membangkitkan bilangan acak jumlah pelanggan dan waktu antar kedatangan pelanggan dengan menggunakan distribusi Eksponensial.



Gambar 8. Flowchart Simulasi Kedatangan Pelanggan

6. Dari proses kedatangan pelanggan maka simulasi yang dilakukan selanjutnya adalah proses pelayanan pelanggan dijalankan untuk membangkitkan waktu pelayanan pelanggan dengan menggunakan distribusi Erlang.

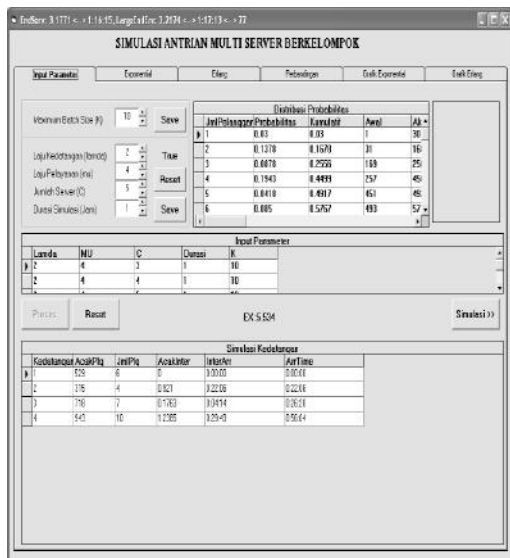


Gambar 9. Flowchart Simulasi Pelayanan Pelanggan

7. Hasil simulasi yang diperoleh adalah rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam antrian, rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam sistem, rata-rata jumlah pelanggan di dalam antrian, rata-rata jumlah pelanggan di dalam sistem, dan utilitas *server*.

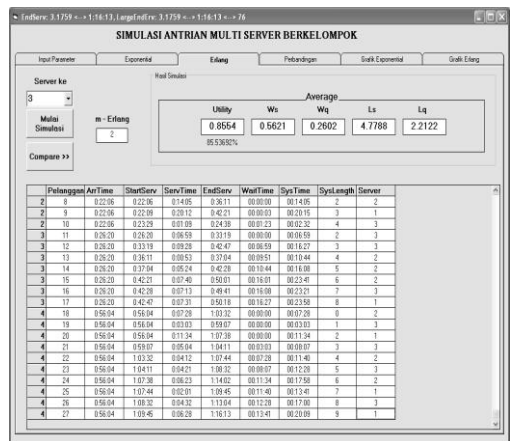
4. Hasil Dan Pembahasan

Pengujian dilakukan dengan *controllabel input* yang terdiri *maximum batch size* (K) = 10, laju kedatangan (λ) = 2, laju pelayanan (μ) = 4. Pengujian dilakukan dengan jumlah server (C) yang melayani pelanggan 3 server, 4 server dan 5 server serta simulasi dilakukan dengan durasi 1 jam.



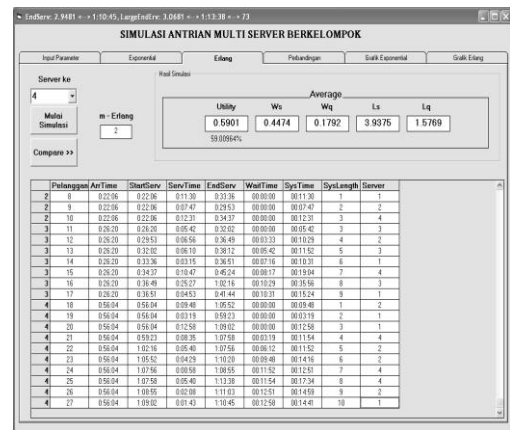
Gambar 10. *controllabel input*

Simulasi dilakukan dengan input parameter yang sama, waktu pelayanan menggunakan distribusi Erlang dengan parameter $m = 2$ (m-Erlang) dan $\mu = 4$, serta jumlah server yang melayani pelanggan = 3 server, maka hasil simulasi diperoleh sebagai berikut: jumlah pelanggan 27, probabilitas server sibuk (*utility server*) 0,8554, rata-rata waktu tunggu dalam sistem (W_s) 0,5621, rata-rata waktu tunggu dalam antrian (W_q) 0,2602, rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (L_s) 4,7788, dan rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian (L_q) 2,2122.



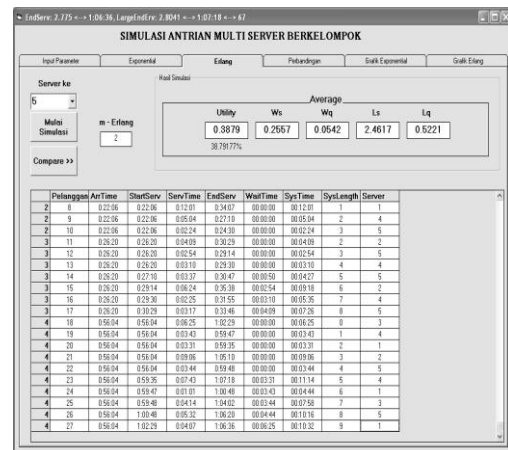
Gambar 11. Simulasi Antrian Server 3

Simulasi dilakukan dengan input parameter yang sama, waktu pelayanan menggunakan distribusi Erlang dengan parameter $m = 2$ (m-Erlang) dan $\mu = 4$, serta jumlah server yang melayani pelanggan = 4 server, maka hasil simulasi diperoleh sebagai berikut: jumlah pelanggan 27, probabilitas server sibuk (*utility server*) 0,5901, rata-rata waktu tunggu dalam sistem (W_s) 0,4474, rata-rata waktu tunggu dalam antrian (W_q) 0,1792, rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (L_s) 3,9375 dan rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian (L_q) 1,5769.



Gambar 12. Simulasi Antrian Server 4

Simulasi dilakukan dengan input parameter yang sama, waktu pelayanan menggunakan distribusi Erlang dengan parameter $m = 2$ (m-erlang) dan $\mu = 4$, serta jumlah server yang melayani pelanggan = 5 server, maka hasil simulasi diperoleh sebagai berikut: jumlah pelanggan 27, probabilitas server sibuk (*utility server*) 0,3879, rata-rata waktu tunggu dalam sistem (W_s) 0,2557, rata-rata waktu tunggu dalam antrian (W_q) 0,0542, rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (L_s) 2,4617 dan rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian (L_q) 0,5221.



Gambar 13. Simulasi Antrian Server 5

Hasil simulasi dengan waktu pelayanan menggunakan distribusi Erlang, menunjukkan bahwa rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam antrian, rata-rata waktu tunggu pelanggan di dalam sistem, rata-rata jumlah pelanggan di dalam antrian, rata-rata jumlah pelanggan di dalam sistem semakin kecil untuk jumlah server yang lebih banyak lagi.

Tabel 1. Hasil Simulasi m-Erlang = 2

Karakteristik Antrian	Jumlah Server (C)		
	3	4	5
Ws	0,5621	0,4474	0,2556
Wq	0,2602	0,1791	0,0542
Ls	4,7788	3,9374	2,4616
Lq	2,2125	1,5769	0,5220
Utility	0,8553	0,5900	0,3879

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan simulasi didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

1. Jumlah kelompok (*batch size*) dan probabilitas kelompok (*batch probability*) akan mempengaruhi nilai karakteristik antrian dan probabilitas kesibukan *server*.
2. Semakin besar *maksimum batch size*, maka nilai karakteristik antrian dan probabilitas kesibukan *server* semakin besar.
3. Penambahan rata-rata laju kedatangan akan semakin memperbesar nilai karakteristik antrian dan probabilitas kesibukan *server*.
4. Penambahan rata-rata laju pelayanan akan semakin memperkecil nilai karakteristik antrian dan probabilitas kesibukan *server*.
5. Semakin banyak *server* yang melayani pelanggan maka nilai karakteristik antrian dan probabilitas kesibukan *server* semakin kecil.
6. Penambahan durasi simulasi akan mempengaruhi nilai karakteristik antrian dan probabilitas kesibukan *server*.

6. Referensi

- [1] Gross, D. dan Harris, C.M., 1998. *Fundamentals Of Queueing Theory*, Third Edition, John Wiley, Canada.
- [2] Hoover, S.V. dan Perry, R.F., *Simulation A Problem-Solving Approach*, Addison Wesley.
- [3] Kakiay, T., 2004, *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*, Penerbit Andi, Yogyakarta.
- [4] Law, A.M. dan Kelton, W.D., 1991. *Simulation Modelling and Analysis*, Second Edition, McHraw-Hill, Inc, New York.
- [5] Leong, Thin-Yin, 2007, *Simpler Spreadsheet Simulation of Multi-Server Queues*, *INFORMS Transactions on Education* 7(2), pp. 172–177.
- [6] Ross, S.M., 2007, *Introduction to Probability Models*, Ninth Edition, Elsevier Inc, California.
- [7] Sridadi, B., 2009, *Pemodelan Dan Simulasi Sistem*, Penerbit Informatika Bandung.
- [8] Sultan, A. M., Hassan, N. A. dan Elhamy, N. M., 2005, *Computational analysis of a multi-server bulk arrival with two modes server breakdown*, *Mathematical and Computational Applications*, Vol. 10, No. 2, pp. 249-259.
- [9] Syahrini, A.U., 2009, *Antrian Satu Channel Dengan Tipe Kedatangan Berkelompok*, *Jurnal Ilmiah Generic*, Volume 4, Nomor 1, pp. 49-56